Данный текст является русскоязычной версией опубликованной на английском языке статьи и представлен в авторской редакции только на данном сайте!

UDC 627.9 Doi: 10.31772/2587-6066-2020-21-3-377-381

For citation: Kishkin A. A., Shevchenko Yu. N. Flow dynamics in the radial-annular cavity of turbomachines. *Siberian Journal of Science and Technology*. 2020, Vol. 21, No. 3, P. 377–381. Doi: 10.31772/2587-6066-2020-21-3-377-381

Для цитирования: Кишкин А. А., Шевченко Ю. Н. Динамика потока в радиально-кольцевой полости турбомашин // Сибирский журнал науки и технологий. 2020. Т. 21, № 3. С. 377–381. Doi: 10.31772/2587-6066-2020-21-3-377-381

FLOW DYNAMICS IN THE RADIAL-ANNULAR CAVITY OF TURBOMACHINES

A. A. Kishkin*, Yu. N. Shevchenko

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology 31, Krasnoyarskii rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation *E-mail:spsp99@mail.ru

This paper considers the problem of modeling a rotational flow in the radial-annular cavity of turbo machines with fixed walls. This case corresponds to the boundary conditions of the supply channel for a radial centripetal turbine. In the presented model, the flow is conventionally divided into radial and circumferential movement. The radial component of the velocity is determined by the mass flow rate from the continuity equation, the circumferential component is formed by the tangential channel supply. The main equation in the integration is the equation of the change in the momentum for the flow in the form of the Euler equation. In the case of the circumferential component of the velocity, the angular momentum law is used, assuming the potentiality of the flow and the constancy of the angular momentum within the integration step. As a result of the transformations of the motion equations, differential equations for the radial, circumferential component of velocity and static pressure are obtained, which represent a certain system of three equations in three unknowns. The system of equations allows integration under known boundary conditions at the inlet; as a result of integration, it is possible to obtain the field of distributions of velocities and pressures along the radius of the radial-annular cavity. The results of the study can be used in modeling the circumferential and radial forces on the rotor (impeller) of turbo machines.

Keywords: radial-annular cavity, turbo machine, flow dynamics, continuity equations, Euler equations, boundary conditions, impeller.

ДИНАМИКА ПОТОКА В РАДИАЛЬНО-КОЛЬЦЕВОЙ ПОЛОСТИ ТУРБОМАШИН

А. А. Кишкин*, Ю. Н. Шевченко

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31 *E-mail: <u>spsp99@mail.ru</u>

В работе рассмотрена задача моделирования вращательного течения в радиальнокольцевой полости турбомашин с неподвижными стенками. Данный расчетный случай соответствует граничным условиям подводящего канала для радиальной центростремительной турбины. В представленной модели поток условно разделен на радиальное и окружное движение. Радиальная составляющая скорости определяется массовым расходом из уравнения неразрывности, окружная составляющая формируется тангенциальным канальным подводом. Основным уравнением при интегрировании является уравнение изменения количества движения для потока в форме уравнения Эйлера. В случае окружной составляющей скорости используется закон изменения момента количества движения при допушении потенциальности потока и постоянства момента количества движения в пределах шага интегрирования. В результате преобразований уравнений количества движения получены дифференциальные уравнения для радиальной и окружной составляющих скорости, а также для статического давления, представляющие определенную систему трех уравнений с тремя неизвестными. Система уравнений позволяет вести интегрирование при известных граничных условиях на входе, в результате интегрирования возможно получить поле распределений скоростей и давлений по радиусу радиально-кольцевой полости. Результаты исследования могут быть использованы при моделировании окружных и радиальных усилий на ротор (рабочее колесо) турбомашин.

Ключевые слова: радиально-кольцевая полость, турбомашина, динамика потока, уравнения неразрывности, уравнения Эйлера, граничные условия, рабочее колесо.

Введение. Турбомашины различного типа (насосы, компрессоры, турбины, детандеры) в настоящее время применяются повсеместно. В процессе проектирования и конструирования турбомашин зачастую возникают вопросы корректного моделирования движения потока жидкости или газа в рабочих полостях для оценки полей распределения скорости и давления, напряжений трения, коэффициентов потерь и общей энергетической эффективности турбомашины [1–4]. Задача моделирования осложняется тем, что течение носит сложный пространственный характер [5–6], для учета которого целесообразно разложение основной системы уравнений на две проекции – радиальную и окружную. Итоговый вид системы уравнений зависит от конструкции полости турбомашины [7].

В рамках настоящей работы рассматривается задача моделирования вращательного течения в радиально-кольцевой полости турбомашины с неподвижными стенками, что соответствует граничным условиям подводящего канала для радиальной центростремительной турбины. Представленный в работе подход может быть использован для расчета турбин других типов.

Постановка задачи исследования. Основная задача работы – для расчетного случая течения в подводящем устройстве радиальной центростремительной турбины необходимо получить систему уравнений, корректно описывающих поля распределения давления и скорости на входе в рабочее колесо. При этом необходимо учитывать следующую специфику [8–11]:

– корректное формирование (без потерь) полей скорости и давлений перед рабочим колесом в основном определяет величину окружной мощности турбины, и, как следствие, общий КПД турбины.

 парциальность, неравномерность полей скорости и давления в данной области определяют величину осевой нагрузки на ротор турбины, что снижает ресурс узлов качения [12].

Для решения поставленной задачи необходимо преобразовать уравнения движения совместно с уравнением неразрывности с целью получить выражения для численного интегрирования для расходной и окружной составляющей скорости, а также статического давления, учитывающие массовый расход как исходный параметр.

Основные допущения и расчетная схема течения. Радиально-кольцевые полости турбомашин при разнонаправленных течениях относительно радиуса R могут формировать конфузорное или диффузорное течение. Данное течение осесимметрично, поэтому решение рассматривается в цилиндрических координатах с условием $\partial/\partial x=0$.

Возможны два случая течения: чисто радиальное $C=V_R$ и радиально-окружное $C=(V_R^2+U^2)^{0.5}$. В обоих случаях для анализа используется уравнение сохранения количества движения для массового потока жидкости. Расчетная схема радиально-кольцевой полости представлена на рис. 1.

Площадь проходного сечения в радиальном направлении *F_R* определяется выражением:

$$F_R = 2\pi R \cdot n_{oz},\tag{1}$$

где R – радиус полости, n_{0z} – осевой зазор в направлении координаты z.



Рис. 1. Расчетная схема радиально-кольцевой полости *R*, *Z*, *a* – координаты; *C*, *U*, *V*_{*R*} – компоненты скорости; τ_{0R}, τ_{0a} – напряжения трения в радиальном и окружном направлении; *n*_{0z} – нормальный зазор

Fig. 1. Calculation scheme of a radial-annular cavity R, Z, a – coordinates; C, U, V_R – velocity components; τ_{0R} , τ_{0a} – friction stresses in the radial and circumferential direction; n_{0z} – normal clearance

Приращение площади проходного сечения в радиальном направлении:

$$dF_{z} = 2\pi R \cdot dR. \tag{2}$$

Выражения (1) и (2) определяют геометрические параметры проходного сечения на шаге интегрирования, позволяющие найти радиальную скорость при известном массовом расходе рабочего тела.

Математическая модель течения. Приращение изменения количества движения для потока в дифференциальной форме определяется выражением:

$$\dot{m}\frac{dV_R}{dR} \cdot dR = \frac{d\left(p \cdot F_R\right)}{dR} \cdot dR + 2dF_z \tau_{oR},\tag{3}$$

где \dot{m} – массовый расход; V_R – радиальная составляющая скорости; τ_{0R} – окружная составляющая напряжения трения на стенке, p – величина давления.

С учетом (1) выражение для радиальной составляющей скорости имеет вид:

$$V_{R} = \frac{\dot{m}}{p \cdot F_{R}} = \frac{\dot{m}}{p \cdot 2\pi R n_{oz}}.$$
(4)

Преобразуем уравнение (3) с учетом (2):

$$\dot{m}\frac{dV_R}{dR} = F_R \frac{dp}{dR} + p\frac{dF_R}{dR} + \tau_{_{OR}} \cdot 4\pi R dR.$$
(5)

Определим производную радиальной составляющей скорости, используя уравнение (4):

$$\frac{dV_R}{dR} = \frac{d}{dR} \left(\frac{\dot{m}}{p \cdot 2\pi R n_{oz}} \right) = \frac{-\dot{m}}{p \cdot 2\pi R^2 n_{oz}},$$
$$\frac{dV_R}{dR} = \frac{V_R}{R}.$$
(6)

Производная площади проходного сечения F_R с учетом (1) определяется по выражению:

$$\frac{dF_R}{dR} = \frac{d}{dR} \left(2\pi \cdot Rn_{oz} \right) = 2\pi n_{oz}.$$
(7)

Принимая во внимание (6) и (7), перепишем выражение (5) в виде:

$$\frac{-\dot{m}V_R}{R} = F_R \frac{dp}{dR} + 2\pi n_{oz} \cdot p + \tau_{oR} \cdot 4\pi R.$$

Выделим в этом выражении производную *dp/dR*:

$$\frac{dp}{dR} = \frac{-\dot{m}}{F_R R} - \frac{2\pi n_{oz}}{F_R} \cdot p - \frac{4\pi R}{F_R} \cdot \tau_{0R}.$$
(8)

Учитывая (1) и (4), получим:

$$\frac{dp}{dR} = -\frac{pV_R^2}{R} - \frac{p}{R} - \frac{2\tau_0 R}{n_{oz}} \cdot \tau_{oR},\tag{9}$$

или окончательно

$$\frac{dp}{dR} = \frac{-\dot{m}^2}{p \cdot 4\pi^2 \cdot n_{oz}^2 \cdot R^3} - \frac{p}{R} - \frac{2\tau_{0R}}{n_{oz}},$$
(10)

Напомним, что при течении к центру координат (-V_R) течение конфузорное и наоборот.

Для радиального потока достаточно системы уравнений (4) и (9), причем V_R = const. Для радиального потока с окружной составляющей необходимо соотношение для окружной скорости U. Для потенциального течения *rot* U = 0, выполняется соотношение:

$$U \cdot R = C_{\mu} = const. \tag{11}$$

Соотношение (11) вполне определяет функцию U=f(R), однако при интегрировании по радиусу необходимо учитывать влияние окружной составляющей напряжения трения на стенке τ_{0a} , которое при любом направлении радиальной скорости V_R снижает значения C_U [13].

Найдем далее соотношения для окружной составляющей скорости радиально-окружного потока. Используем закон изменения момента количества движения [14-15]:

$$\dot{m}\frac{d(U\cdot R)}{dR}\cdot dR = dF_{mp}\cdot R,\tag{12}$$

где dF_{mp} - сила трения на элементарном объеме $2\pi n_{0z} \cdot dR$.

Сила трения по двум поверхностям (см. рис. 1):

$$dF_{mp} = 4 \cdot \tau_{oa} \cdot \pi R \cdot dR, \tag{13}$$

Возьмем производную от выражения (12) и учтем (13):

$$\frac{dU}{dR} = -\frac{U}{R} + \frac{4\pi\tau_{oa}R}{\dot{m}},$$
$$\dot{m}\left(R\frac{dU}{dR} + U\right) = 4R\cdot\tau_{oa}\cdot4\pi R$$

Выразим производную:

$$\frac{dU}{dR} = -\frac{U}{R} + \frac{4\pi\tau_{oa}R}{\dot{m}}.$$
(14)

Или с учетом $U = \omega R$, получим выражение:

$$\frac{d\omega}{dR} = -\frac{2\omega}{R} + \frac{4\pi\tau_{oa}}{\dot{m}}.$$
(15)

С учетом (11) окончательно получим:

$$\frac{dC_u}{dR} = \frac{4\pi R^2 \tau_{oa}}{\dot{m}} = \frac{2R\tau_{oa}}{n_{o\tau} \cdot p \cdot V_R}.$$
(16)

Выражения (14), (15), (16) можно интегрировать автономно без знаний об изменении поля давления *p*.

Далее найдем соотношения для статического давления для радиально-окружного потока. Используем уравнение изменения количества движения для абсолютной скорости (см. рис. 1):

$$C = \sqrt{V_R^2 + U^2},\tag{17}$$

где *V_R* и U определяется по выражениям (4) и (11).

После преобразований получим:

$$\dot{m}\frac{dC}{dR}\cdot dR = \frac{d\left(p\cdot F_{R}\right)}{dR}\cdot dR + 2\tau_{oR}\cdot dF_{z},$$
(18)

где $dF_z = 4\pi R dR$ — двойная боковая поверхность элементарного объема $dV = 2\pi R n_{0z} \cdot dR$ $F_R = 2\pi R n_{0z}$ – площадь проходного сечения.

Определим производные скоростей. Производная dV_R/dR, согласно выражению (6):

$$\frac{dV_R}{dR} = -\frac{V_R}{R}.$$
(19)

Производная окружной составляющей с учетом выражения (11) на элементарном объеме $dV=2\pi Rn_{0z}\cdot dR$ может быть определена в виде:

$$\frac{dU}{dR} = -\frac{C_u}{R^2}.$$
(20)

Производная *dC/dR* согласно выражению (17) определится как:

$$\frac{dC}{dR} = \frac{d}{dR} \left(V_R^2 + U^2 \right)^{0.5} = \frac{1}{2} \left(V_R^2 + U^2 \right)^{-0.5} \cdot \frac{d}{dR} \left(V_R^2 + U^2 \right)^{0.5} = \frac{1}{2} \left(V_R^2 + U^2 \right)^{-0.5} \cdot \left(2V_R \frac{dV_R}{dR} + 2U \frac{dU}{dR} \right).$$

Учтем выражения (19) и (20) и продолжим преобразование:

$$\frac{dC}{dR} = \frac{1}{2} \left(V_R^2 + U^2 \right)^{-0.5} \cdot \left(-2V_R \frac{dV_R}{dR} - 2U \frac{dU}{dR} \right), \\ \frac{dC}{dR} = -\frac{1}{R} \sqrt{\left(V_R^2 + U^2 \right)} = -\frac{C}{R}.$$
(21)

С учетом (21) преобразуем выражение (18) к виду:

$$-\frac{C\dot{m}}{R} = -F_R \frac{dp}{dR} + p \frac{dF_R}{dR} + 2\tau_{oR} \cdot dF_z.$$
(22)

После подстановки выражений (1) и (2) получим соответственно:

$$\frac{dF_R}{dR} = 2\pi n_{oz}; \quad 2dF_z = 4\pi R dR; \quad F_R = 2\pi R n_{oz};$$

тогда

$$\frac{-\dot{m}C}{R}dR = \left(F_R\frac{dp}{dR} + p\frac{F_R}{R}\right)dR + 4\tau_{oR}\cdot\pi\cdot R\cdot dR.$$

Сократим последнее выражение на dR, в результате получим:

$$\frac{-\dot{m}C}{R} = F_R \frac{dp}{dR} + p \frac{F_R}{R} + 4 \cdot \pi \cdot R \cdot \tau_{oR}.$$
(23)

Выразим производную по давлению:

$$-\frac{dp}{dR} = -\frac{\dot{m}}{RF_R} - p\frac{1}{R} + \frac{4\cdot\pi\cdot R\cdot\tau_{oR}}{F_R},$$
(24)

учтем $V_R = \dot{m}/\rho F_R$, получаем:

$$\frac{dp}{dR} = -\frac{\dot{m}\cdot C}{2\pi R^2 n_{oz}} - \frac{p}{R} - \frac{2\cdot \tau_{0R}}{n_{oz}}.$$
(25)

Выражение (25) совместно с выражениями (4) и (17) образуют замкнутую систему уравнений для определения полей скоростей и давления в радиально-кольцевой полости турбомашин.

Заключение. Полученная в работе математическая модель может быть использована при комплексном моделировании радиальных центростремительных турбомашин для расчета динамики потока в подводящих и отводящих устройствах. Модель определяет поля скоростей и давления на входе и выходе ротора, что в свою очередь является условием, формирующим вектор радиальных и осевых сил, определяющих динамику ротора, нагрузку на узлы качения, и, как следствие ресурс турбомашины в целом. Представленный в работе подход может быть использован для расчета турбин других типов.

References

1. Bader P., Pschernig M., Sanz W. et al. Experimental investigation of boundary layer relaminarization in accelerated flow. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*. 2018, Vol. 140, Iss. 8, P. 081201.

2. Ju G., Li J., Li K. A novel variational method for 3D viscous flow in flow channel of turbomachines based on differential geometry. *Applicable Analysis*. 2020, Vol. 99, Iss. 13, P. 2322–2338.

3. Takizawa K., Tezduyar T. E., Hattori H. Computational analysis of flow-driven string dynamics in turbomachinery. *Computers and Fluids*. 2017, Vol. 142, P. 109–117.

4. Morgese G., Fornarelli F., Oresta P. et al. Fast design procedure for turboexpanders in pressure energy recovery applications. *Energies*. 2020. Vol. 13, Issue 14. P. 3669.

5. Agromayor R., Müller B., Nord L.O. Onedimensional annular diffuser model for preliminary turbomachinery design. *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power.* 2019, Vol. 4, Iss. 3. DOI: 10.3390/ijtpp4030031.

6. Gregory-Smith D. G., Crossland S. C. Prediction of turbomachinery flow physics from CFD: review of recent computations of APPACET test cases. *Task quarterly*. 2001, No. 5 (4), P. 407–432.

7. Potashev A. V., Potasheva E. V. [Design of impellers of turbomachines based on the solution of inverse boundary value problems]. *Uchenyye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya Fiziko-matematicheskiye nauki.* 2015, No. 157 (1), P. 128–140 (In Russ.).

8. Chang H., Zhu F., Jin D., Gui X. Effect of blade sweep on inlet flow in axial compressor cascades. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2015, Vol. 28, No. 1, P. 103–111.

9. Xu H., Chang H., Jin D., Gui X. Blade bowing effects on radial equilibrium of inlet flow in axial compressor cascades. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2017, No. 30(5), P. 1651–1659.

10. Kudryavtsev I. A., Laskin A. S. [Aerodynamic improvement of the input devices of highpressure cylinders of powerful steam turbines on the basis of numerical modeling]. *Nauchnotekhnicheskiye vedomosti SPbPU. Yestestvennyye i inzhenernyye nauki.* 2016, No. 1 (238), P. 7–18 (In Russ.).

11. Krivosheev I. A., Osipov E. V. [Using experimental methods to improve the characteristics of the gas path of turbines of GTE]. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta*. 2010, No. 14 (3 (38)), P. 3–15 (In Russ.).

12. Zhuikov D. A., Kishkin A. A., Zuev A. A. [Calculation of axial force during flow in end slots of turbomachines]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Severo-Kavkazskiy region. Tekhnicheskiye nauki.* 2013, No. 1 (170), P. 24–27 (In Russ.).

13. Smirnov P. N., Kishkin A. A., Zhuikov D. A. [Computational modeling of flow in the cavity of a disk pump]. *Vestnik SibGAU*. 2011, No. 4 (37), P. 196–201 (In Russ.).

14. Zuev A. A., Nazarov V. P., Arngold A. A. et al. [Disk friction in determining the power balance of turbopump units of liquid-propellant rocket engines]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika.* 2019, No. 57, P. 17–31 (In Russ.).

15. Smirnov P. N., Kishkin A. A., Zhuikov D. A. et al. [Moment of resistance of a disk rotating in a stream swirling according to the law of a rigid body]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Severo-Kavkazskiy region. Tekhnicheskiye nauki.* 2012, No. 2, P. 36–41 (In Russ.).

Библиографические ссылки

1. Experimental investigation of boundary layer relaminarization in accelerated flow / Bader P., Pschernig M., Sanz W. et al. // Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME. 2018. Vol. 140, Issue 8. P. 081201.

2. Ju G., Li J., Li K. A novel variational method for 3D viscous flow in flow channel of turbomachines based on differential geometry // Applicable Analysis. 2020. Vol. 99, Iss. 13. P. 2322–2338.

3. Takizawa K., Tezduyar T. E., Hattori H. Computational analysis of flow-driven string dynamics in turbomachinery // Computers and Fluids. 2017. Vol. 142. P. 109–117.

4. Fast design procedure for turboexpanders in pressure energy recovery applications / Morgese G., Fornarelli F., Oresta P. et al. // Energies. 2020. Vol. 13, Iss. 14. P. 3669.

5. Agromayor R., Müller B., Nord L.O. Onedimensional annular diffuser model for preliminary turbomachinery design // International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power. 2019. Vol. 4, Iss. 3. DOI: 10.3390/ijtpp4030031.

6. Gregory-Smith D. G., Crossland S. C. Prediction of turbomachinery flow physics from CFD: review of recent computations of APPACET test cases // Task quarterly. 2001. No. 5 (4). P. 407–432.

7. Поташев А. В., Поташева Е. В. Проектирование рабочих колес турбомашин на основе решения обратных краевых задач // Ученые записки Казанского ун-та. Серия: Физ.-мат. науки. 2015. № 157 (1). С. 128–140.

8. Chang H., Zhu F., Jin D., Gui X. Effect of blade sweep on inlet flow in axial compressor cascades // Chinese Journal of Aeronautics. 2015. Vol. 28, No. 1. P. 103–111.

9. Xu H., Chang H., Jin D., Gui X. Blade bowing effects on radial equilibrium of inlet flow in axial compressor cascades // Chinese Journal of Aeronautics. 2017. No. 30(5). P. 1651–1659.

10. Кудрявцев И. А., Ласкин А. С. Аэродинамическое совершенствование входных устройств цилиндров высокого давления мощных паровых турбин на основе численного моделирования // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2016. № 1 (238), С. 7–18.

11. Кривошеев И. А., Осипов Е. В. Использование экспериментальных методов совершенствования характеристик газового тракта турбин ГТД // Вестник Уфимского гос. авиационного техн. ун-та. 2010. № 14 (3 (38)). С. 3–15.

12. Жуйков Д. А., Кишкин А. А., Зуев А. А. Расчет осевой силы при течении в торцевых щелях турбомашин // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Техн. науки. 2013. № 1 (170). С. 24–27.

13. Смирнов П. Н., Кишкин А. А., Жуйков Д. А. Расчетное моделирование течения в полости дискового насоса // Вестник СибГАУ. 2011. № 4 (37). С. 196–201.

14. Дисковое трение при определении баланса мощностей турбонасосных агрегатов жидкостных ракетных двигателей / А. А. Зуев, В. П. Назаров, А. А. Арнгольд и др. // Вестник Пермского нац. исследовательского политехн. ун-та. Аэрокосмическая техника. 2019. № 57. С. 17–31.

15. Момент сопротивления диска, вращающегося в потоке, закрученном по закону твердого тела / П. Н. Смирнов, А. А. Кишкин, Д. А. Жуйков и др. // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Техн. науки. 2012. № 2. С. 36–41.

© Кишкин А. А., Шевченко Ю. Н., 2020.

Kishkin Alexander Anatolievich – Dr. Sc., professor, head of the Department of refrigeration, cryogenic engineering and conditioning; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: spsp99@mail.ru.

Shevchenko Yulia Nikolaevna – head of the laboratories of the Department of refrigeration, cryogenic engineering and conditioning; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: <u>gift 23j@mail.ru</u>.

Кишкин Александр Анатольевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой холодильной, криогенной техники и кондиционирования; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: spsp99@mail.ru.

Шевченко Юлия Николаевна – заведующий лабораториями кафедры холодильной, криогенной техники и кондиционирования; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: gift_23j@mail.ru.