Данный текст является русскоязычной версией опубликованной на английском языке статьи и представлен в авторской редакции только на данном сайте!

UDC 338.27
Doi: 10.31772/2587-6066-2020-21-1-34-40

For citation: Shiryaeva T. A., Khlupichev V. A., Shlepkin A. K., Melnikova O. L. The use of the inverse transformation method for time series analysis. *Siberian Journal of Science and Technology.* 2020, Vol. 21, No. 1, P. 34–40. Doi: 10.31772/2587-6066-2020-21-1-34-40

Для цитирования: Ширяева Т. А., Хлупичев В. А., Шлепкин А. К., Мельникова О. Л. Метод обратного преобразования для анализа временных рядов // Сибирский журнал науки и технологий. 2020. Т. 21, № 1. С. 34–40. Doi: 10.31772/2587-6066-2020-21-1-34-40

THE USE OF THE INVERSE TRANSFORMATION METHOD FOR TIME SERIES ANALYSIS

T. A. Shiryaeva[1], V. A. Khlupichev[1], A. K. Shlepkin[1*], O. L. Melnikova[2]

[1]Krasnoyarsk State Agrarian University
90, Mira Av., Krasnoyarsk, 660001, Russian Federation
[2]Khakas State University
90, Lenin Av., Abakan, 655017, Russian Federation
[*]E-mail:ak_kgau@mail.ru

In modern conditions of technology development, signs of systemacity are manifested to one degree or another in all areas, so the use of system analysis is an urgent task. In this case, the main factors in this situation are data processing and prediction of the state of a system. Mathematical modeling is used as a prediction method for a given subject area. A mathematical model is a universal tool for describing complex systems representing the approximate description of the class of phenomena of the external world expressed by mathematical concepts and language. The mathematical model can be represented as a set of systematic components and a random component. In this article, the object of prediction is the irregular random component of a model, which reflects the impact of numerous random factors. The origin, nature and laws of variation of the random variable are known, therefore, to simulate its behavior or predict its future value, one needs high degree of certainty to establish the form of continuous distribution function of the random variable. The empirical distribution function is calculated using the sample of random variable values. This empirical function is close to the values of the desired unknown function of distribution. The resulting empirical function is discrete, therefore it is necessary to apply piecewise linear interpolation to obtain a continuous distribution function. The predicted random component of time series has been included in the initial regression model. In order to compare augmented and initial regression models, several values were excluded from the time series and new prediction was built. The value of the average approximation error for assessing the quality of the model is calculated. The augmented regression model proved to be more effective than the original one.

Keywords: forecasting, time series analysis, inverse transformation, system analysis.

МЕТОД ОБРАТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Т. А. Ширяева[1], В. А. Хлупичев[1], А. К. Шлепкин[1*], О. Л. Мельникова[2]

[1]Красноярский государственный аграрный университет
Российская Федерация, 660001, г. Красноярск, просп. Мира, 90
[2]Хакасский государственный университет имени М. Ф. Катанова
Российская Федерация, 655017, г. Абакан, просп. Ленина, 90
*E-mail:ak_kgau@mail.ru

В современных условиях развития технологий признаки системности проявляются в той или иной степени во всех областях, поэтому использование системного анализа является актуальной задачей. При этом главными факторами в данной ситуации являются обработка данных и прогнозирование состояния системы. Для заданного объекта в качестве способа прогнозирования в данной работе применяется моделирование, а точнее математическое моделирование. Математическая модель – это универсальное средство исследования сложных систем, представляющее собой приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики.

Математическую модель можно представить как совокупность систематических компонентов и случайной составляющей. В данной статье регрессионная модель уже определена, а в качестве объекта прогнозирования рассмотрена остаточная нерегулярная компонента модели, которая отражает воздействие многочисленных факторов случайного характера.

Происхождение, природа и законы изменения данной случайной величины нам неизвестны, поэтому для моделирования ее поведения или предсказания ее будущих значений необходимо с высокой степенью достоверности установить вид непрерывной функции распределения данной случайной величины.

Для этого была рассчитана эмпирическая функция распределения с помощью выборки из значений случайной величины. Данная эмпирическая функция в определенной степени приближена к значениям искомой неизвестной функции распределения. Полученная эмпирическая функция носит дискретный характер, поэтому необходимо применить кусочно-линейную интерполяцию и таким образом получить непрерывную функцию распределения.

В исходную регрессионную модель была включена спрогнозированная случайная компонента временного ряда. Для того чтобы сравнить дополненную и исходную регрессионные модели, из динамического ряда были исключены несколько значений и построен новый прогноз. Рассчитано значение средней ошибки аппроксимации для оценки качества модели. Дополненная регрессионная модель показала себя эффективнее исходной.

Ключевые слова: прогнозирование, анализ временных рядов, обратное преобразование, системный анализ.

Введение. Можно сказать, что для специалистов, занимающихся анализом данных, в большинстве случаев прогнозирование является основной целью и задачей. Современные методы статистического прогнозирования зачастую способны с достаточно высокой точностью спрогнозировать практически любые возможные показатели [1].

Прогнозирование – система научно обоснованных представлений о возможных состояниях объекта в будущем и альтернативных путях его развития [2]. Не существует универсальных методов прогнозирования на все случаи жизни. Любая практическая задача прогнозирования может быть удовлетворительно решена лишь ограниченным числом методов [3]. Выбор метода прогнозирования и его эффективность зависят от множества условий: от цели прогноза, периода его упреждения, уровня детализации и наличия исходной информации [4]. Наиболее часто применяемым методом прогнозирования является математическое моделирование. Математическая модель – приближенное описание определенного процесса или явления внешнего мира, выраженное с помощью математического аппарата [5].

Составляющие временного ряда. Часто при исследовании временного (динамического) ряда его изображают в виде следующей математической модели:

$$Y_t = \widehat{Y}_t + E_t$$

где: Y_t – значение временного ряда; $\widehat{Y}_t$ – систематическая (детерминированная) составляющая временного ряда; E_t – случайная составляющая временного ряда [6].

Систематическая составляющая временного ряда Y_t является результатом влияния на анализируемый процесс постоянно действующих факторов. Можно выделить две основные систематические составляющие временного ряда:

1) тенденция временного ряда;

2) циклические колебаний ряда.

Тенденция (тренд) представляет собой общую закономерность изменения показателей временного ряда, устойчивую и наблюдаемую в течение длительного периода времени. Тренд описывается с помощью некоторой функции, как правило, монотонной. Эту функцию называют функцией тренда, или просто – трендом [7].

Среди факторов, формирующих цикличность колебаний ряда, в свою очередь можно выделить две компоненты:

1) сезонность;
2) цикличность.

Сезонность представляет собой результат воздействия факторов, действующих с определенной, заранее известной периодичностью. Это регулярные колебания, носящие периодический характер и заканчивающиеся в течение года. Циклическая компонента – неслучайная функция, описывающая длительные (более года) периоды подъема и спада [8; 9].

Случайная составляющая временного ряда E_t – это оставшаяся после выделения систематических компонент составная часть временного ряда. Она отражает воздействие многочисленных факторов случайного характера и представляет собой случайную, нерегулярную компоненту.

Случайные величины разнообразны по своей природе, происхождению, однако закон распределения можно записать в единообразной универсальной форме, а именно в виде функции распределения, одинаково пригодной как для дискретных, так и для непрерывных случайных величин [10].

Метод обратного преобразования. В целях прогнозирования, а также имитационного моделирования может возникнуть необходимость в методе генерации случайной компоненты временного ряда. Для этой цели воспользуемся методом обратного преобразования.

Пусть случайная величина X имеет функцию распределения $F(x)$. Примем, что $F^{-1}(x)$ – это обратная функция $F(x)$. Тогда алгоритм для генерации случайной величины X с функцией распределения $F(x)$ будет следующим:

1. Генерируем величину U, имеющую равномерное распределение на промежутке $(0;1)$.
2. Возвращаем $X=F^{-1}(U)$.

На рис. 2 этот алгоритм изображен графически и случайная величина, соответствующая этой функции распределения, может принимать либо положительные, либо отрицательные значения. Это зависит от конкретного значения U. На рис. 1 случайное число U_1 в результате дает положительное значение случайной величины X_1, тогда как случайное число U_2 в результате дает отрицательное значение случайной величины X_2 [11].

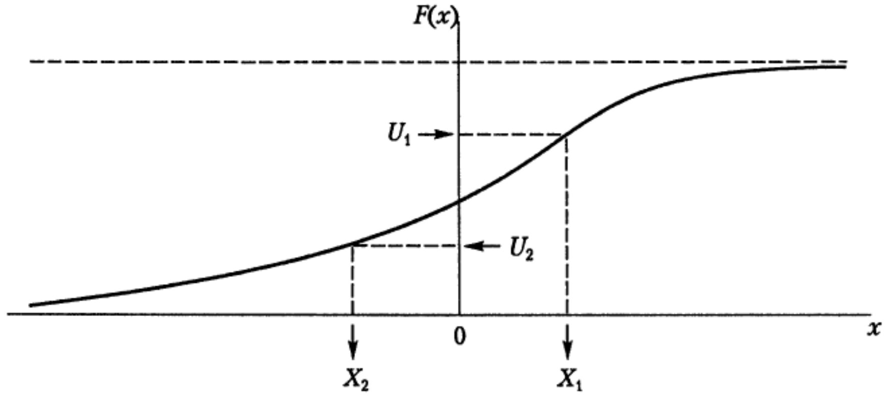

Рис. 1. Использование метода обратного преобразования для генерирования случайной величины

Fig. 1. Using the reverse conversion method to generate a random variable

Оценка функции распределения случайной величины. Рассмотрим наш временной ряд как последовательность x_1, $x_2,\ldots x_n$ независимых и одинаково распределенных, по определенному закону, случайных величин, которая называется выборкой объема n. Каждое $x_t(t=1, 2,\ldots n)$ называется вариантой. Имея выборку, мы не имеем информации о виде функции распределения $F(x)$. Требуется построить оценку (приближение) для этой неизвестной функции.

Наиболее предпочтительной оценкой функции $F(x)$ будет являться эмпирическая функция распределения $F_n(x)$. Эмпирической функцией распределения (функцией распределения выборки) называют функцию $F_n(x)$, определяющую для каждого значения x относительную частоту события $X<x$, т.е.

$$F_n(x) = \frac{n_x}{n},$$

где: n_x – число значений x_t, меньших x; n – объем выборки.

При достаточно большом объеме выборки функции $F_n(x)$ и $F(x)=P(X<x)$ мало отличаются друг от друга. Отличие эмпирической функции распределения от теоретической состоит в том, что теоретическая функция распределения определяет вероятность события $X < x$, а эмпирическая функция определяет относительную частоту этого же события [12].

Эмпирическая функция распределения обладает всеми свойствами интегральной функции распределения:

1) значения эмпирической функции распределения принадлежат отрезку [0;1];

2) $F_n(x)$ – неубывающая функция;

3) $F_n(x)=0$ при $x \le x_{\min}$, если $x_{\min}$ – наименьшая варианта; $F_n(x)=1$ при $x > x_{\min}$, если $x_{\min}$ – наибольшая варианта [6].

Однако для использования метода обратного преобразования удобно иметь непрерывную функцию распределения, поэтому необходимо интерполировать полученную эмпирическую функцию.

Построение прогнозной модели. Приведем пример использования метода обратного преобразования при построении прогнозной модели. В качестве исходных данных используем среднемесячные показатели электропотребление на территории Красноярского края за 3 года с января 2009 г. по декабрь 2011 г. [13].

С помощью некоторой регрессионной модели были рассчитаны прогнозные значения временного ряда. Фактические Y_t и прогнозные $\widehat{Y_t}$ значения временного ряда представлены в табл. 1.

Таблица 1

Фактические Y_t и прогнозные $\hat{Y}_t$ значения временного ряда

t	Y_t	$\hat{Y}_t$	t	Y_t	$\hat{Y}_t$	t	Y_t	$\hat{Y}_t$	t	Y_t	$\hat{Y}_t$
1	51,0123	53,09764	**11**	35,5809	43,42324	**21**	37,8690	44,58914	**31**	17,1468	15,15964
2	38,2345	38,37535	**12**	53,2584	54,26158	**22**	63,4957	57,61664	**32**	20,8548	21,45395
3	40,0023	35,24303	**13**	52,3887	52,69219	**23**	72,9843	72,28322	**33**	29,3791	31,55531
4	25,1288	32,13879	**14**	39,9125	41,30390	**24**	88,0214	83,09426	**34**	51,1710	44,09931
5	22,9338	27,08163	**15**	39,2113	32,14284	**25**	82,6095	79,01463	**35**	61,5869	59,79590
6	27,0146	20,64426	**16**	31,3420	24,38189	**26**	62,7282	63,15378	**36**	71,2594	73,02318
7	25,1154	17,77792	**17**	26,0102	19,52312	**27**	50,0250	48,20592			
8	16,6987	19,20278	**18**	20,5578	17,87433	**28**	29,6211	34,02474			
9	27,3114	23,86244	**19**	12,1214	22,62140	**29**	22,2954	22,75450			
10	29,2400	31,48983	**20**	24,9374	32,44863	**30**	17,8092	15,25792			

Построим эмпирическую функцию распределения значений отклонений e_t прогнозных значений $\hat{Y}_t$ от фактических значений Y_t временного ряда $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$. Для этого необходимо ранжировать выборку $\{e_t\}$, таким образом получив выборку $\{e_{(t)} = \{e_{(1)} < e_{(2)} < ... < e_{(n)}\}$ (табл. 2).

Таблица 2

Ряд значений e_t и $e_{(t)}$

t	e_t	$e_{(t)}$	t	e_t	$e_{(t)}$	t	e_t	$e_{(t)}$	t	e_t	$e_{(t)}$
1	–2,085	–10,500	**11**	–7,842	–2,085	**21**	–6,720	1,791	**31**	1,987	6,370
2	–0,141	–7,842	**12**	–1,003	–1,764	**22**	5,879	1,819	**32**	–0,599	6,487
3	4,759	–7,511	**13**	–0,303	–1,391	**23**	0,701	1,987	**33**	–2,176	6,960
4	–7,010	–7,010	**14**	–1,391	–1,003	**24**	4,927	2,551	**34**	7,072	7,068
5	–4,148	–6,720	**15**	7,068	–0,599	**25**	3,595	2,683	**35**	1,791	7,072
6	6,370	–4,404	**16**	6,960	–0,459	**26**	–0,426	3,449	**36**	–1,764	7,337
7	7,337	–4,148	**17**	6,487	–0,426	**27**	1,819	3,595			
8	–2,504	–2,504	**18**	2,683	–0,303	**28**	–4,404	4,759			
9	3,449	–2,250	**19**	–10,500	–0,141	**29**	–0,459	4,927			
10	–2,250	–2,176	**20**	–7,511	0,701	**30**	2,551	5,879			

Так как частота каждой вариации равна единице, эмпирическая функция будет иметь вид:

$$F_n(e) = \begin{cases} 0, & e \in \left[-\infty, e_{(1)}\right); \\ ...; & \\ \dfrac{t}{n}, & e \in \left[e_{(t)}, e_{(t+1)}\right); \quad t = 0,1,...,n; \\ ...; & \\ 1, & e \in \left[e_{(n)}, +\infty\right). \end{cases}$$

График функции $F_n(e)$ представлен на рис. 2.

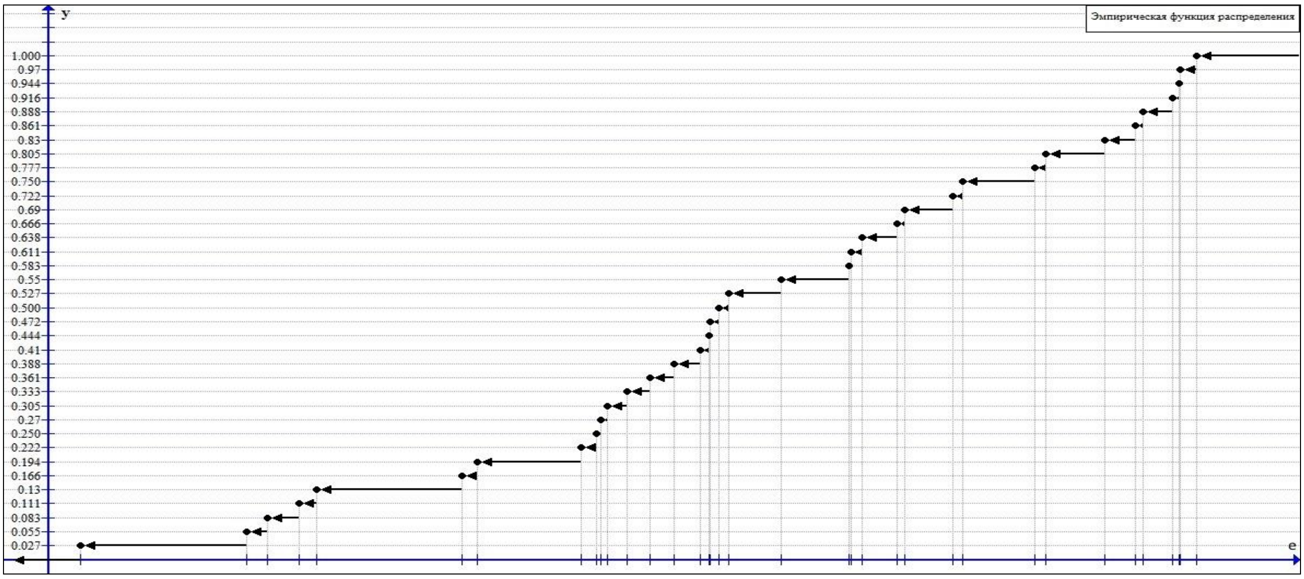

Рис. 2. График эмпирическая функция распределения $F_n(e)$

Fig. 2. Graph of the empirical distribution function $F_n(e)$

Полученная эмпирическая функция $F_n(e)$ имеет дискретный вид. Применим кусочно-линейную интерполяцию, чтобы получить непрерывную функцию распределения случайной величины $F_n^*(e)$. Для этого используем уравнение прямой, проходящей через две точки:

$$y = (x - x_1) \times \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) + y_1 .$$

Непрерывная функция распределения случайной величины $F_n^*(e)$ будет иметь вид:

$$F_n(e) = \begin{cases} 0, & e \in \left(-\infty, e_{(1)}\right); \\ \ldots; & \\ (e' - e_{(t)}) \times \left(\dfrac{1/(n-1)}{e_{(t+1)} - e_{(t)}} \right) + \dfrac{t-1}{n-1}, & e \in \left[e_{(t)}, e_{(t+1)}\right); \quad t = 0,1,\ldots,n; \\ \ldots; & \\ 1, & e \in \left[e_{(n)}, +\infty\right). \end{cases}$$

График функции $F_{36}^*(e)$ представлен на рис. 3.

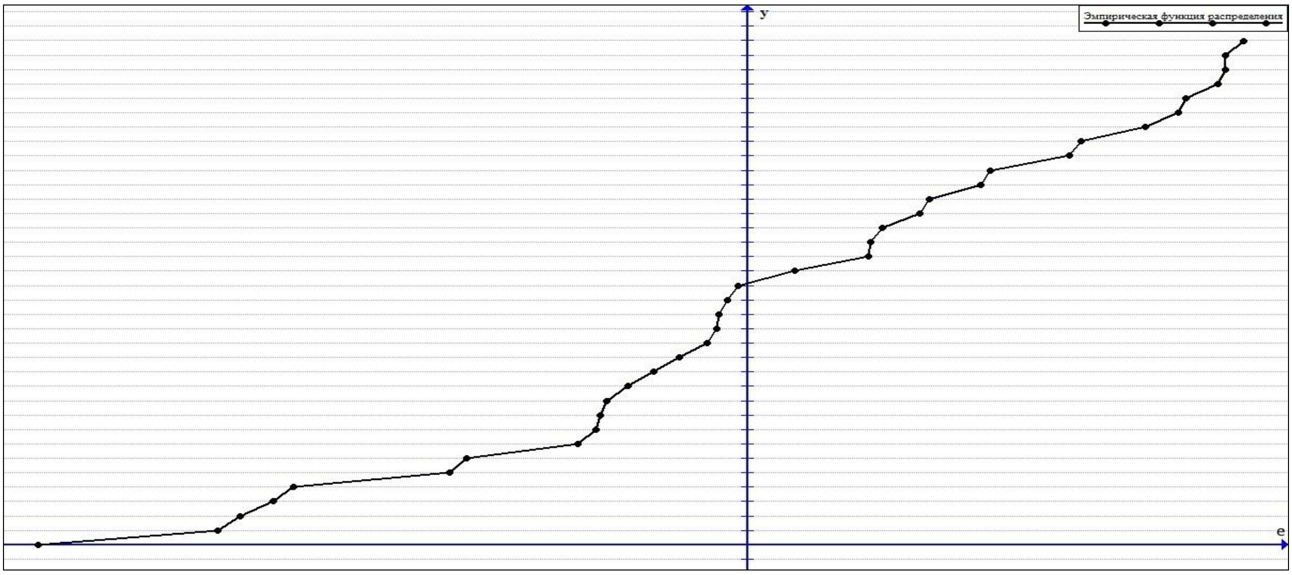

Рис. 3. График непрерывной функции распределения $F^*_{36}(e)$

Fig. 3. Graph of the continuous distribution function $F^*_{36}(e)$

Оценка прогнозной модели. Для дальнейшего анализа данного метода рассмотрим несколько моделей прогноза [14]:

1. Значение временного ряда Y_t примем как полностью детерминированный процесс, для осуществления прогноза используем значения $\widehat{Y}_t$, рассчитанные при помощи регрессионной модели.
2. Значение временного ряда Y_t примем как случайную величину, для которой построим функцию распределения $F^*_n(e)$ и осуществим расчет прогнозных значений Y'_t.
3. Значение временного ряда Y_t примем как совокупность значений $\widehat{Y}_t$, рассчитанных при помощи регрессионной модели и случайной компоненты e_t, для которой построим функцию распределения $F^*_n(e)$ и осуществим расчет прогнозных значений e'_t.

Сделаем оперативный прогноз уровней электропотребления. Для этого исключим из рассмотрения последние 5 наблюдений из выборки и рассчитаем новые оценки параметров регрессионной модели, а также новые функции распределения $F^*_{31}(x)$ и $F^*_{31}(e)$.

Применим алгоритм обратного преобразования к полученным функциям $F^*_{31}(x)$ и $F^*_{31}(e)$. Для этого сгенерируем выборку $\{u_t\}$ случайных чисел, имеющих равномерное распределение в промежутке [0;1]. Возвращаем $Y't = F^{*-1}_{31}(u_t)$ и $e't = F^{*-1}_{31}(u_t)$. Результаты расчета представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты применения алгоритма обратного преобразования

№	t	$\widehat{Y}_t$	u_t	e'_t	$Y_t + e'_t$	Y'_t
1	32	25,1456	0,0608	–7,1360	18,0096	6,9693
2	33	37,1619	0,6514	1,9654	39,1274	14,9283
3	34	52,0351	0,6577	2,1085	54,1436	15,2489
4	35	70,5459	0,0515	–7,1507	63,3952	6,8725
5	36	86,8325	0,5448	0,3808	87,2133	13,4902

При рассмотрении полученных результатов видно, что сумма $Y_t + e'_t$ лежит ближе к фактическим данным, чем прогнозные значения $\widehat{Y}_t$, рассчитанные при помощи регрессионной модели. Таким образом, спрогнозированные значения e'_t в некоторой степени сгладили ошибку прогноза (рис. 4).

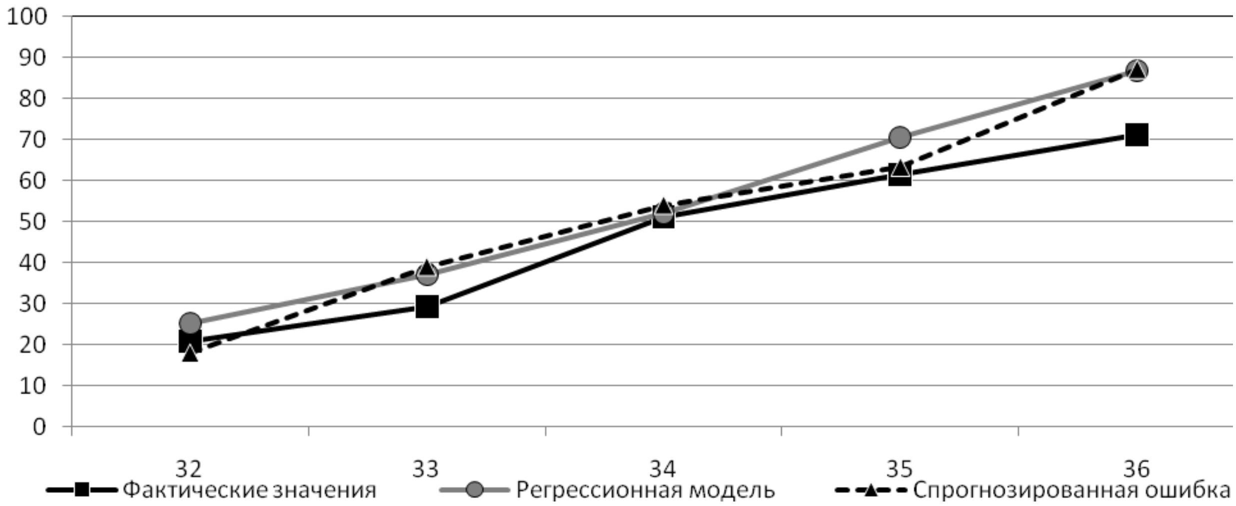

Рис. 4. Графическое отображение результатов прогноза

Fig. 4. Graph displaying forecast results

Для критерия оценки качества модели определим значение средней ошибки аппроксимации, которую рассчитаем по формуле [15]:

$$A = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{\left(Y_{ф} - Y_{пр}\right)}{Y_{ф}}\right| \times 100\%,$$

где: $Y_{пр}$ – прогнозные значение временного ряда; $Y_{ф}$ – фактические значение временного ряда; n – размер временного ряда [10].

Значения средней ошибки аппроксимации для $\widehat{Y}_t$, Y'_t и $\widehat{Y}_t + e'_t$ составляют:

1) $A(\widehat{Y}_t) \approx 17,03\%$;
2) $A(Y'_t) \approx 71,18\%$;
3) $A(\widehat{Y}_t + e'_t) \approx 15,59\%$.

Самый высокий показатель средней ошибки аппроксимации был получен при допущении, что временной ряд Y_t является случайной величиной. Средняя ошибка аппроксимации для регрессионной модели меньше на 54,15 %. Это говорит нам, что временной ряд является детерминированной величиной. В результате включения в регрессию значений e'_t, средняя ошибка аппроксимации снизилась еще примерно на 1,44 %.

Заключение. Представленный выше метод может быть использован для определения непрерывной функции распределения случайной величины и генерации случайной величины в целях прогнозирования и имитационного моделирования.

References

1. Egorshin A. V. [Statement of the problem of forecasting the time series generated by a dynamic system]. Yoshkarala, Mary State. tech. un-t Publ., 2007, P. 136–140.
2. Urmaev A. S. *Osnovy modelirovaniya na EVM* [Computer modeling basics]. Moscow, Nauka Publ., 1978, 246 p.
3. Ezhova L. N. *Ekonometrika. Nachal'nyykurs s osnovami teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistiki* [Econometrics. Initial course with the basics of probability theory and mathematical statistics. Textbook]. Irkutsk, Baykal'skiy gosudarstvenny universitet Publ., 2008, 287 p.
4. Anisimov A. S., Kononov V. T. [Structural identification of linear discrete dynamic system]. *Vestnik NSTU*, 2005, No. 1, P. 21–36 (In Russ.).
5. Khinchin A. Ya. *Raboty po matematicheskoy teorii massovogo obsluzhivaniya* [Works on the mathematical theory of queuing]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1963, 296 p.
6. Guiders M. A. *Obshchaya teoriya sistem* [General theory of systems]. Moscow, Globus-press Publ., 2005, 201 p.
7. Kondrashov D. V. [Forecasting time series based on the use of Chebyshev polynomials that are least deviated from zero]. *Bulletin of the Samara state. Those. University. Series: Engineering*, 2005, No. 32, P. 49–53 (In Russ.).
8. Pugachev V. S. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Theory of Probability and Mathematical Statistics]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 336 p.
9. Buslenko N. P. *Modelirovanie slozhnyh sistem* [Modeling complex systems]. Moscow, Nauka Publ., 1968, 230 p.
10. Pugachev V. S. *Teoriya sluchajnyh funkcij i ee primenenie k zadacham avtomaticheskogo upravleniya* [The theory of slash functions and its application to the problems of automatic control]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960, 236 p.
11. Belgorodskiy E. A. [Some discussion problems of forecasting]. *Ural'skiy geologicheskiy zhurnal*. 2000, No. 2, P. 25–32 (In Russ.).
12. Averill M. L., Kelton D. *Imitacionnoe modelirovanie* [Simulation modeling and analysis. Third edition]. SPb., Piter Publ., 2004, 505 p.
13. Dvoiris L. I. [Forecasting time series based on the analysis of the main components]. *Radiotehnika.* 2007, No. 2, P. 68–71 (In Russ.).
14. Van der Waerden. *Matematicheskaya statistika* [Mathematical statistics]. Moscow, IL Publ., 1960, 436 p.
15. Grenander U. *Sluchajnye processy i statisticheskie vyvody* [Random processes and statistical inferences]. Moscow, IL Publ., 1961, 168 p. (In Russ.).

Библиографические ссылки

1. Егоршин А. В. Постановка задачи прогнозирования временного ряда порождаемого динамической системой. Йошкарала : Марийский гос. техн. ун-т. 2007. С. 136–140.
2. Урмаев А. С. Основы моделирования на ЭВМ. М. : Наука, 1978. 246 с.
3. Ежова Л. Н. Эконометрика. Начальный курс с основами теории вероятностей и математической статистики. Иркутск : Байкальский гос. ун-т, 2008. 287с.
4. Анисимов А. С., Кононов В. Т. Структурная идентификация линейных дискретных динамических систем // Вестник НГТУ. 2005. № 1. С. 21–36.
5. Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. М. : Физматгиз, 1963. 296 с.
6. Гайдерс М. А. Общая теория систем. М. : Глобус-пресс, 2005. 201 с.

7. Кондрашов Д. В. Прогнозирование временных рядов на основе использования полиномов Чебышева, наименее уклоняющихся от нуля // Вестник Самарского гос. тех. ун-та. Серия: Технические науки. 2005. № 32. С. 49–53.
8. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика. М. : Наука, 1979. 336 с.
9. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. М. : Наука, 1968. 230 с.
10. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М. : Физматгиз, 1960. 236 с.
11. Белгородский Е. А. О некоторых дискуссионных проблемах прогнозирования // Уральский геологический журнал. 2000. № 2. С. 25–32.
12. Аверилл М. Л., Кельтон Д. Имитационное моделирование. СПб. : Питер, 2004. 505 с.
13. Двойрис Л. И. Прогнозирование временных рядов на основе анализа главных компонент // Радиотехника. 2007. № 2. С. 68–71.
14. Ван дер Варден. Математическая статистика. М. : ИЛ, 1960. 436 с.
15. Гренандер У. Случайные процессы и статистические выводы. М. : ИЛ, 1961. 168 с.

Shiryaeva Tamara Alekseevna – Cand. Sc., Professor; Krasnoyarsk State Agrarian University. E-mail: info@kgau.ru.

Khlupichev Vladimir Aleksandrovich – Master's Student; Krasnoyarsk State Agrarian University. E-mail: vova.khlp@yandex.ru.

Shlepkin Anatoly Konstantinovich – Dr. Sc., Professor; Krasnoyarsk State Agrarian University. E-mail: ak_kgau@mail.ru.

Melnikova Olga Leonidovna – Cand. Sc., Professor; Khakas State University. E-mail: olga-l-melnikova@yandex.ru.

Ширяева Тамара Алексеевна – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры информационных технологий и математического обеспечения информационных систем; Красноярский государственный аграрный университет. E-mail: info@kgau.ru.

Хлупичев Владимир Александрович – магистрант; Красноярский государственный аграрный университет. E-mail: vova.khlp@yandex.ru.

Шлепкин Анатолий Константинович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры высшей математики и компьютерного моделирования; Красноярский государственный аграрный университет. E-mail: ak_kgau@mail.ru.

Мельникова Ольга Леонидовна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры информационных технологий и систем; Хакасский государственный университет имени М. Ф. Катанова. E-mail: olga-l-melnikova@yandex.ru.