

УДК 504.054

Doi: 10.31772/2587-6066-2018-19-4-574-580

Для цитирования: Бельская Е. Н., Медведев А. В., Михов Е. Д., Тасейко О. В. Непараметрические алгоритмы восстановления случайных полей // Сибирский журнал науки и технологий. 2018. Т. 19, № 4. С. 574–580. Doi: 10.31772/2587-6066-2018-19-4-574-580

For citation: Bel'skaya E. N., Medvedev A. V., Mikhov E. D., Taseiko O. V. [Nonparametric algorithms for restoration of random fields]. *Siberian Journal of Science and Technology*. 2018, Vol. 19, No. 4, P. 574–580 (In Russ.). Doi: 10.31772/2587-6066-2018-19-4-574-580

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ

Е. Н. Бельская¹, А. В. Медведев¹, Е. Д. Михов^{2*}, О. В. Тасейко¹

¹Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31

²Сибирский федеральный университет
Российская Федерация, 660041, г. Красноярск, просп. Свободный, 79

*E-mail: edmihov@mail.ru

Многочисленные задачи практики тесно связаны с необходимостью восстановления полей той или иной природы по зашумленным экспериментальным данным. Особенностью этой проблемы является то, что априорной информации чаще всего недостаточно для описания этих полей с точностью до набора вектора параметров. Это обуславливает тот факт, что по различным каналам многомерных процессов информация может быть разнотипной, следовательно, соответствовать различным уровням априорной информации. На эту проблему обращено специальное внимание. При наличии априорной информации параметрического типа целесообразно использовать соответствующие алгоритмы идентификации, когда структура моделей полей определена с точностью до набора параметров и их последующей оценки по мере поступления текущей информации. В случае, если априорной информации недостаточно, то целесообразно использовать непараметрические оценки Надарая–Ватсона для восстановления соответствующих полей. При этом существенно определить по всем каналам многомерной системы, являются ли они H - или T -процессами, т. е. процессами, для которых входные или выходные компоненты оказываются стохастически зависимыми, а эти зависимости чаще всего неизвестны.

В качестве примера использования подобных процессов рассмотрены поля распределения примесей вредных веществ в атмосферном воздухе города. В качестве алгоритма восстановления этих полей применена непараметрическая оценка функции регрессии.

Ключевые слова: непараметрическое моделирование, локальная аппроксимация, моделирование экологической обстановки.

NONPARAMETRIC ALGORITHMS FOR RESTORATION OF RANDOM FIELDS

E. N. Bel'skaya¹, A. V. Medvedev¹, E. D. Mikhov^{2*}, O. V. Taseiko¹

¹Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarsky Rabochy Av., Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

²Siberian Federal University
79, Svobodny Av., Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation

*E-mail: edmihov@mail.ru

Numerous practical tasks are closely connected with the need to restore fields of one nature or another from noisy experimental data. A feature of this problem is that a priori information isn't often enough for the description of this field accurately to within a set of a vector of parameters. This is due to the fact that information can be polytypic on the various channels of multidimensional processes. It means that the information matches to various levels of a priori information. In this article special attention is paid to this problem. The corresponding algorithms of identification are used in the presence of a priori information of parametric type. In the presence of a priori information of parametric type, it is advisable to use the appropriate identification algorithms when the structure of field models is defined accurately to within a set of parameters and their subsequent evaluation, as current information arrives. If a priori information isn't enough, it is expedient to the researcher to use nonparametric estimates of Nadaraya–Watson for restoration

of the respective fields. At the same time it is essential to determine whether all the channels of the multidimensional system are N - or T -processes. N - or T -processes are processes at which entrance or output components are stochastic – dependent and this dependence is unknown in most cases.

The fields of distribution of impurity of harmful substances in atmospheric air of the city are considered as an example of use of similar processes. Nonparametric assessment of function of regression is applied as an algorithm of restoration of this field.

Keywords: nonparametric modeling, local approximation, modeling of an ecological situation.

Введение. При решении задач практики встречается необходимость в восстановлении случайных полей по зашумленным данным. Восстанавливаемое поле представляет собой неизвестную стохастическую зависимость между входными и выходными переменными. Общая схема восстанавливаемого случайного поля представлена на рис. 1.

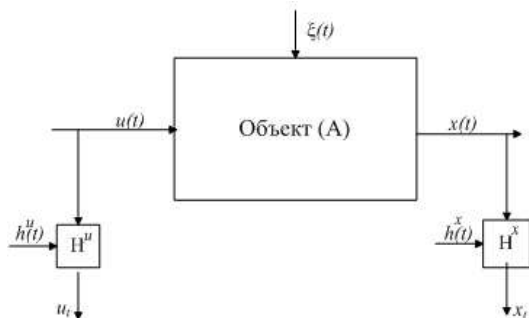


Рис. 1. Общая схема восстанавливаемого случайного поля

Fig. 1. General scheme of a random field being restored

На рис. 1 приняты следующие обозначения: A – неизвестный оператор, влияющий на внешний вид поля; $x(t)$ – выходная переменная; $u(t)$ – входная информация; $\xi(t)$ – случайное воздействие; (t) – непрерывное время; H^u , H^x – каналы связи, соответствующие различным переменным, включающие в себя средства контроля, приборы для измерения наблюдаемых переменных; u_i , x_i – означают измерение $u(t)$, $x(t)$ в дискретное время; $h^u(t)$, $h^x(t)$ – случайные помехи измерений соответствующих переменных.

Восстановление случайного поля относится к задаче идентификации стохастического процесса. Алгоритм восстановления случайного поля существенно зависит от имеющейся априорной информации о процессе.

Уровни априорной информации. Рассмотрим процессы с различным уровнем априорной информации [1; 2]:

1. Процессы с параметрической неопределенностью. Параметрический уровень априорной информации предполагает наличие параметрической структуры модели и некоторых характеристик случайных помех, обычными из которых являются нулевое математическое ожидание и ограниченная дисперсия. Для оценки параметров используются чаще всего разнообразные итеративные вероятностные процедуры. При этих условиях решается задача идентификации в узком смысле (идентификация в узком и широком смыслах рассматривалась авторами ранее в работах [3–6]).

2. Процессы с непараметрической неопределенностью. Непараметрический уровень априорной информации не предполагает наличие модели, но требует наличие некоторых сведений качественного характера о процессе, например, однозначность либо неоднозначность его характеристик, линейность для динамических процессов либо характер его нелинейности. Для решения задач идентификации на этом уровне априорной информации (идентификация в широком смысле) применяются методы непараметрической статистики.

3. Процессы с параметрической и непараметрической неопределенностью. Важными с точки зрения практики являются задачи идентификации многосвязных систем в условиях, когда объем исходной информации не соответствует ни одному из вышеописанных типов. Например, для отдельных характеристик многосвязного процесса на основании энергетических либо физико-химических закономерностей, закона сохранения массы, балансовых соотношений могут быть выведены параметрические закономерности, а для других – нет. Таким образом, мы находимся в ситуации, когда задача идентификации формулируется в условиях и параметрической, и непараметрической априорной информации. Тогда и модели представляют собой взаимосвязанную систему параметрических и непараметрических соотношений.

Непараметрическая оценка функции регрессии. В качестве непараметрического алгоритма восстановления случайных полей предложен алгоритм непараметрической оценки функции регрессии [7; 8], основанный на методе ядерного сглаживания [9–12].

Основная идея ядерного сглаживания заключается в следующем: вокруг аппроксимирующей точки строится прямоугольник, каждому элементу выборки назначается вес (чем больше расстояние между элементом выборки и точкой построения прогноза, тем меньше вес), а затем происходит усреднение взвешенных значений. В случае использования регрессии нулевого порядка взвешенные значения последовательности, попавшие в ядро, усредняются.

Ядерная оценка плотности использует те же принципы, что и ядерное сглаживание, однако её алгоритм имеет некоторые особенности. Рассмотрим выражение, определяющее процедуру оценки функции в точке u :

$$\hat{f}_h(u) = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \Phi((u - u_i)/c_s)}{\sum_{i=1}^n \Phi((u - u_i)/c_s)}, \quad (1)$$

где x – последовательность длиной n ; c_s – коэффициент сглаживания; Φ – ядерная функция.

Ядерная функция $\Phi(*)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$\frac{1}{c_s} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right) dt = 1, \quad (2)$$

$$\lim_{c_s \rightarrow 0} \frac{1}{c_s} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t) \Phi\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right) dt = \varphi(t_i). \quad (3)$$

Как следует из выражения (1), плотность в точке u вычисляется как сумма значений ядра для величин, определяемых разностями между значением u и значениями последовательности. При этом точки u , в которых вычисляется плотность, могут не совпадать со значениями элементов выборки.

Постановка задачи оценки экологической ситуации в городе Красноярске. В качестве примера восстановления случайного поля с использованием непараметрических алгоритмов был взят процесс восстановления поля распределения загрязняющих веществ в атмосферном воздухе города Красноярска.

Оценка качества атмосферного воздуха и прогноз его изменения, организация рациональной системы природопользования, главной задачей которой является поиск и разработка путей оптимизации взаимодействия общества с окружающей природной средой, являются приоритетными направлениями в области обеспечения экологической безопасности городской среды [13–15]. Проблема обеспечения чистоты воздушного бассейна является особо важной, так как представляет угрозу здоровью человека и всей окружающей среде в целом. В городской среде источники загрязнения атмосферы многообразны, а состав выбросов отличается многокомпонентностью. На экологическое состояние города Красноярска основное

влияние оказывают промышленные предприятия, которые находятся непосредственно в селитебных зонах, и насыщенный транспортный поток.

Высокая концентрация источников энергетического и химического воздействия и скорость накопления загрязнений на сегодняшний день значительно превышают возможности самоочищения атмосферы, что ведет ко многим отрицательным последствиям, в том числе к высоким уровням заболеваемости населения, снижению качества жизни и т. п., поэтому изучение процессов, происходящих в атмосфере, контроль и выявление источников, принятие мер к снижению загрязнения или его полному устранению можно считать жизненно важной задачей.

Моделирование пространственного распространения загрязняющих веществ в воздухе городской среды является необходимым этапом при разработке управленческих решений в области управления качеством экологических систем.

В работах [3–6] авторами выполнены сценарные расчеты содержания оксида азота, формальдегида и оксида углерода в атмосферном воздухе города Красноярска. В качестве входных данных использовались время, широта, долгота, направление и скорость ветра, в качестве обучающей выборки были взяты данные со стационарных постов наблюдения за загрязнением атмосферы Среднесибирского УГМС. Распределение их на территории города рассматривалось в работах [3; 4] и представлено на рис. 2. Цифрами указаны порядковые номера постов наблюдения согласно плану города. Для моделирования содержания примесей в атмосферном воздухе города был использован непараметрический метод ядерной аппроксимации.

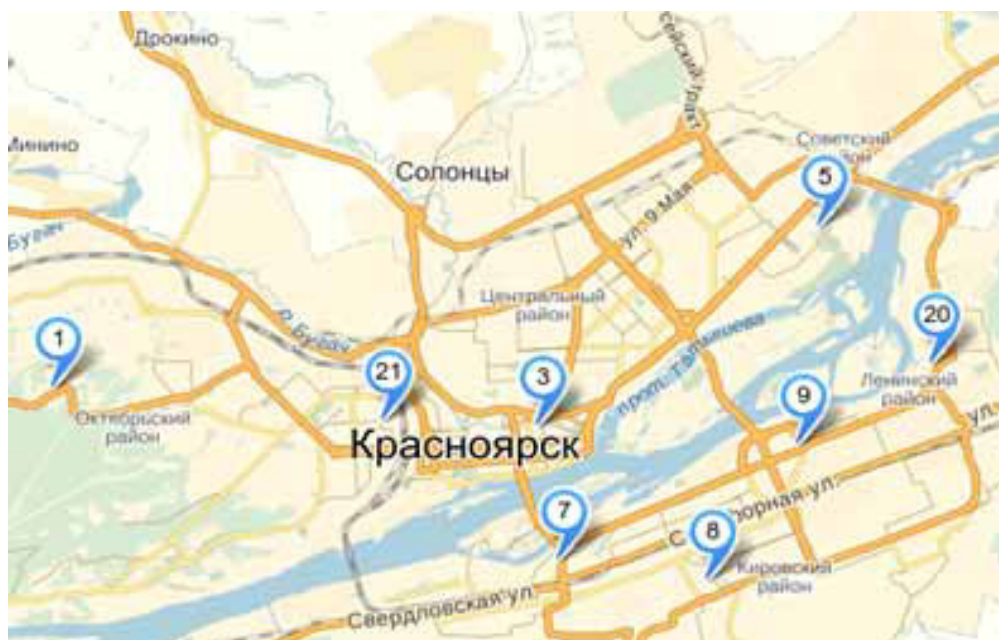


Рис. 2. Расположение основных постов наблюдения за загрязнением атмосферы в городе Красноярске

Fig. 2. Arrangement of the main posts of observation in Krasnoyarsk

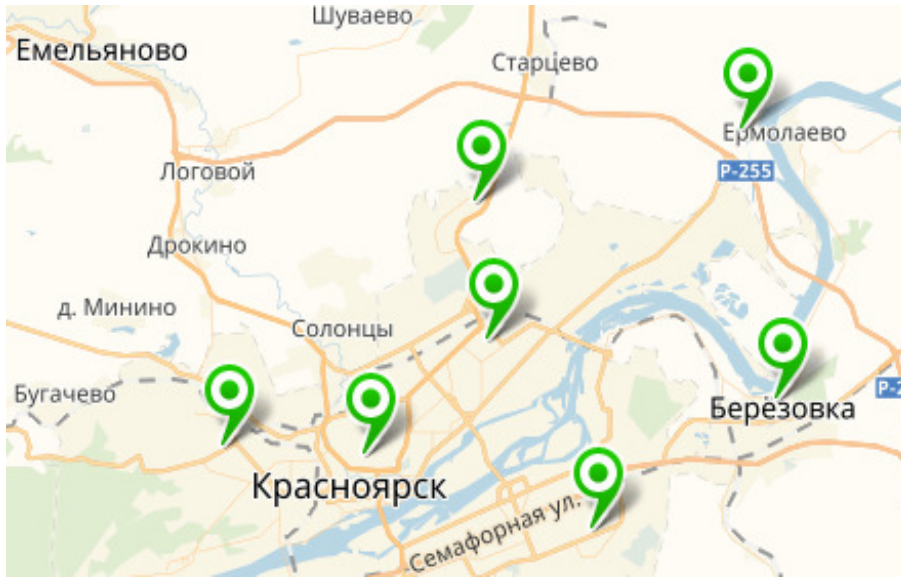


Рис. 3. Расположение дополнительных постов наблюдения за загрязнением атмосферы в городе Красноярске

Fig. 3. Arrangement of additional posts of observation in Krasnoyarsk

Предложенный метод моделирования экологической обстановки. В основу предложенной в работе модели положен метод непараметрической оценки функции регрессии. Предложенная модель дополнительно учитывает плотность застройки города, для определения которой использовались спутниковые снимки и алгоритм выделения граней, и включает в себя две составляющие: модель, построенную на основании данных основных стационарных постов наблюдения за загрязнением атмосферы [3–6], и модель, построенную на основании данных с семи дополнительных автоматизированных постов региональной наблюдательной сети подсистемы мониторинга загрязнения атмосферного воздуха КГБУ «Центр реализации мероприятий по природопользованию и охране окружающей среды Красноярского края», распределение которых по территории города представлено на рис. 3. После разработки этих составляющих они были объединены в единую модель распространения примесей в атмосферном воздухе.

Модель, основанная на данных основных стационарных постов наблюдения [3–6], имеет следующий вид:

$$x_{s+1}^{st} = \delta(u_{1,s+1}, u_{2,s+1}) \times \frac{\sum_{i=1}^s x_i^{st} \Phi_1\left(\frac{u_{1,s+1} - u_{1,i}}{c_{s1}}\right) \Phi_1\left(\frac{u_{2,s+1} - u_{2,i}}{c_{s2}}\right) \Phi_2\left(\frac{t_{s+1} - t_i}{c_{s3}}\right)}{\sum_{i=1}^s \Phi_1\left(\frac{u_{1,s+1} - u_{1,i}}{c_{s1}}\right) \Phi_1\left(\frac{u_{2,s+1} - u_{2,i}}{c_{s2}}\right) \Phi_2\left(\frac{t_{s+1} - t_i}{c_{s3}}\right)}, \quad (4)$$

где $u_{1,i}$ – долгота точки измерения; $u_{2,i}$ – широта точки измерения; t_i – время измерения; $i = \overline{1, s}$ – номер измерения; s – величина выборки; $\delta(u_{1,s+1}, u_{2,s+1})$ – плотность застройки в прогнозируемой точке (безразмерный параметр, задаваемый исследователем, начинается с 1); Φ_1 – гауссова ядерная функция; Φ_2 – треугольная ядерная функция:

$$\Phi_1(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-u^2 / 2); \quad (5)$$

$$\Phi_2(u) = \begin{cases} 1 - |u|, & \text{если } |u| \leq 1, \\ 0, & \text{если } |u| > 1. \end{cases} \quad (6)$$

Чтобы при построении прогноза в любой точке использовались данные со всех постов наблюдения (так как число наблюдений в единицу времени невелико), в качестве ядерной функции для широты и долготы измерения была использована гауссова ядерная функция, так как данная функция не обращается в 0.

Также были учтены направление и скорость ветра. Изменяя коэффициенты размытости ядер c_{s1} и c_{s2} , можно менять форму «колокола», под который будут попадать точки для построения модели [1–6; 9].

Модель, основанная на данных дополнительных постов наблюдения, имеет следующий вид:

$$x_{s+1}^{\text{din}} = \delta(p_{1,s+1}, b_{2,s+1}) \times \frac{\sum_{i=1}^m x_i^{\text{din}} \Phi_1\left(\frac{p_{1,s+1} - p_{1,i}}{c_{s1}}\right) \Phi_1\left(\frac{b_{2,s+1} - b_{2,i}}{c_{s2}}\right) \Phi_2\left(\frac{t_{s+1} - t_i}{c_{s3}}\right)}{\sum_{i=1}^m \Phi_1\left(\frac{p_{1,s+1} - p_{1,i}}{c_{s1}}\right) \Phi_1\left(\frac{b_{2,s+1} - b_{2,i}}{c_{s2}}\right) \Phi_2\left(\frac{t_{s+1} - t_i}{c_{s3}}\right)}, \quad (7)$$

где $p_{1,i}$ – долгота точки измерения; $b_{2,i}$ – широта точки измерения; t_i – время измерения; $i = \overline{1, s}$ – номер измерения; m – величина выборки; $\delta(p_{1,s+1}, b_{2,s+1})$ – плотность застройки в прогнозируемой точке (безразмерный параметр, задаваемый исследователем, начинается с 1).

В обучающую выборку вышерассмотренных моделей входят только те данные с постов наблюдения за загрязнением атмосферы, которые были получены в том же месяце, в котором необходимо сделать

прогноз, чтобы отследить разницу между временами года.

Объединяя модели, основанные на данных основных стационарных (4) и дополнительных (7) постов наблюдений, была получена итоговая модель для оценки экологической ситуации в городе Красноярске:

$$x_{s+1}^{st} = \delta(u_{1,s+1}, u_{2,s+1}) \frac{\sum_{i=1}^s x_i^{st} sv_i + \sum_{i=1}^m x_i^{din} dv_i}{\sum_{i=1}^s sv_i + \sum_{i=1}^m dv_i}, \quad (8)$$

где

$$dv_i = \Phi_1 \left(\frac{p_{1,s+1} - p_{1,i}}{c_{s1}} \right) \Phi_1 \left(\frac{b_{2,s+1} - b_{2,i}}{c_{s2}} \right) \Phi_2 \left(\frac{t_{s+1} - t_i}{c_{s3}} \right), \quad (9)$$

$$sv_i = \Phi_1 \left(\frac{u_{1,s+1} - u_{1,i}}{c_{s1}} \right) \Phi_1 \left(\frac{u_{2,s+1} - u_{2,i}}{c_{s2}} \right) \Phi_2 \left(\frac{t_{s+1} - t_i}{c_{s3}} \right). \quad (10)$$

Результаты моделирования. С помощью предложенной модели были выполнены сценарные расчеты содержания различных примесей в атмосферном воздухе города Красноярска. На рис. 4–6 представле-

ны результаты моделирования по диоксиду азота, пыли и формальдегиду.

Распределение концентраций NO_2 в Красноярске по результатам математического моделирования представлено на рис. 4. Согласно выполненным расчетам наибольшие уровни загрязнения наблюдаются в Центральном и Советском районах города, что объясняется наибольшей плотностью автотранспортных потоков. Тёмным цветом отображена область с наибольшей концентрацией диоксида азота $C_{\text{NO}_2} > 0,053 \text{ мг/м}^3$, серым цветом – область с концентрацией $C_{\text{NO}_2} > 0,046 \text{ мг/м}^3$, предельно допустимая среднесуточная концентрация по диоксиду азота составляет $C_{\text{пдксс}} = 0,04 \text{ мг/м}^3$.

Распределение концентраций пыли в городе Красноярске по результатам математического моделирования представлено на рис. 5. Превышение установленного норматива объясняется возникающим над городом куполом тепла, который способствует улавливанию различных загрязнителей, особенно небольших твердых частиц, наибольшие значения концентраций наблюдаются в Железнодорожном и Центральном районах.

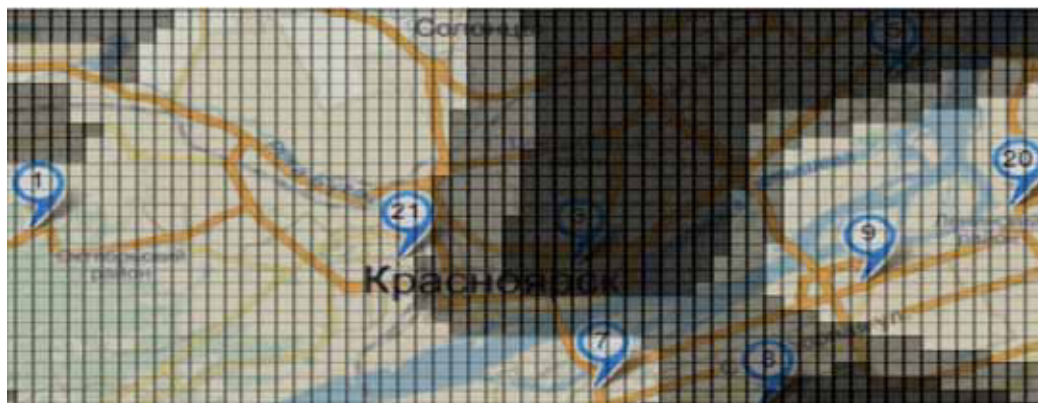


Рис. 4. Пространственное распределение NO_2 в городе Красноярске 18.03.2014 г. (расчетные данные)

Fig. 4. Distribution of NO_2 in Krasnoyarsk, 18.03.2014 (mathematical model)

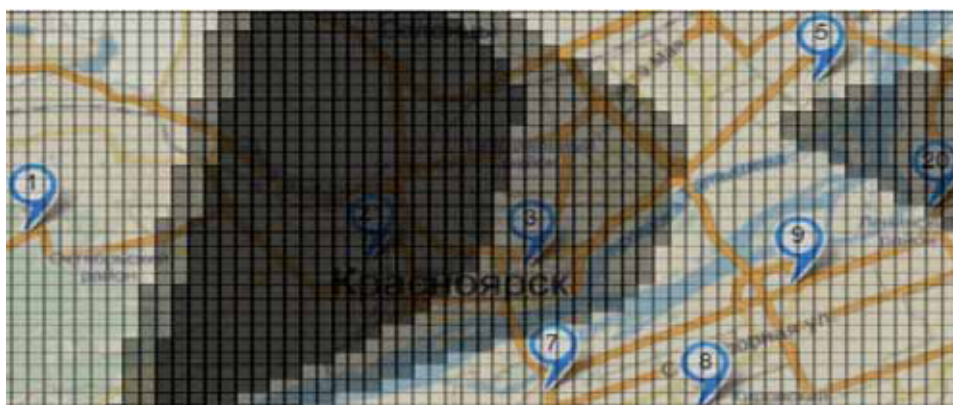


Рис. 5. Пространственное распределение пыли в городе Красноярске 15.02.2014 г. (расчетные данные)

Fig. 5. Distribution of dust in Krasnoyarsk, 15.02.2014 (mathematical model)

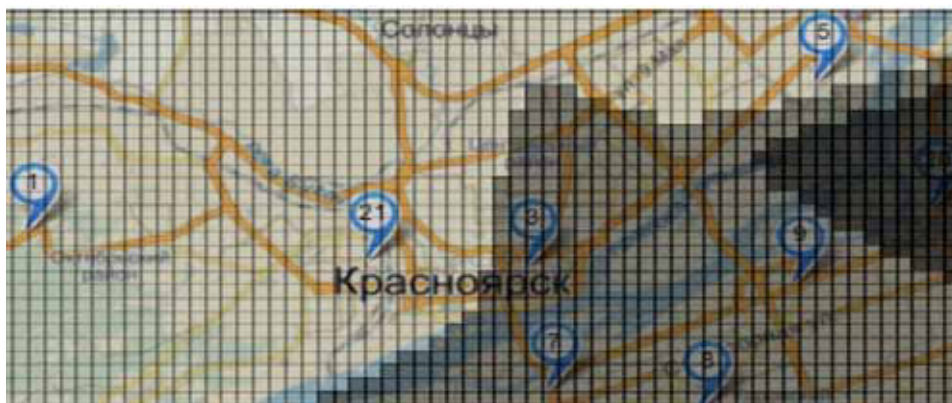


Рис. 6. Пространственное распределение формальдегида в городе Красноярске 19.06.2014 г. (расчетные данные)

Fig. 6. Distribution of formaldehyde in Krasnoyarsk, 19.06.2014 (mathematical model)

Тёмным цветом отображена область с наибольшей концентрацией пыли $C_{\text{пыли}} > 0,38 \text{ мг/м}^3$, серым цветом отображена область со средней концентрацией $0,38 \text{ мг/м}^3 > C_{\text{пыли}} > 0,28 \text{ мг/м}^3$, предельно допустимая среднесуточная концентрация по взвешенным веществам составляет $C_{\text{пдксс}} = 0,15 \text{ мг/м}^3$.

Распределение концентраций формальдегида в городе Красноярске по результатам математического моделирования представлено на рис. 6.

Формирование высоких концентраций формальдегида в атмосфере происходит в основном вследствие протекания окислительно-восстановительных реакций с участием метана, продуктов природного топлива, оксидов азота. При этом, чем выше температура воздуха, тем интенсивнее протекают реакции и выше концентрация формальдегида. На рис. 6 темным цветом отображена область с концентрацией формальдегида $C_{\text{форм}} > 0,062 \text{ мг/м}^3$, серым цветом – область с концентрацией $C_{\text{форм}} > 0,052 \text{ мг/м}^3$, предельно допустимая среднесуточная концентрация по формальдегиду составляет $C_{\text{пдксс}} = 0,01 \text{ мг/м}^3$, т. е. наблюдается значительное превышение установленного норматива практически во всех районах города. Наиболее высокие концентрации вещества наблюдаются в часы пик или в условиях фотохимического смога.

Для оценки точности модели использовался метод скользящего экзамена, при котором последовательно каждая i -я точка исходной обучающей выборки принимается в качестве контрольной ситуации с последующим исключением её из процесса обучения, и по оставшейся части строится дерево, с помощью которого и осуществляется прогнозирование. Результаты расчетов согласуются с данными натурных наблюдений, т. е. разработанная модель в общей мере отражает экологическую ситуацию в городе. По результатам проверки вышеописанным методом использование параметра плотности застройки улучшило качество построенной модели на 10–15 %.

Для оценки эффективности алгоритма моделирования использовалось значение ошибки модели, которое рассчитывалась по следующему алгоритму:

– построенная модель экологической обстановки с использованием данных всех постов наблюдения (как

основных, так и дополнительных) принимается за истину;

– поочередно исключается из модели по одному стационарному основному посту и рассчитывается, насколько модель стала грубее;

– усредняются полученные результаты снижения точности модели.

Усовершенствование модели с помощью учёта данных с семи дополнительных автоматизированных постов региональной наблюдательной сети мониторинга загрязнения атмосферного воздуха КГБУ «Центр реализации мероприятий по природопользованию и охране окружающей среды Красноярского края» позволило улучшить качество прогноза на 20–23 %.

Заключение. Настоящее исследование открывает перспективу формулировки и решения различных задач, имеющих непосредственное отношение к экологии города. Очевидна необходимость дальнейшего развития данного направления. Несмотря на очевидные преимущества передвижных постов наблюдения перед стационарными, на данный момент не существует единого способа построения их маршрутов. Далее авторами планируется разработка маршрутов движения передвижных постов наблюдения, что будет способствовать сокращению времени на принятие управленческих решений в области обеспечения качества экологических систем и, как следствие, сокращению уровня загрязнения атмосферного воздуха в городе.

Благодарности. Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда науки в рамках научного проекта № 18-47-240006 «Методы и информационные технологии оценки рисков развития социально-природно-техногенных систем промышленного региона».

Acknowledgments. This work was funded by Russian Foundation for Basic Researches, Government of Krasnoyarsk Territory, Krasnoyarsk Regional Fund of Science, as part of the research project “Methods and informational technologies of social-natural-technogenic system risk assessment for industrial region” No. 18-47-240006.

Библиографические ссылки

1. Медведев А. В. Основы теории непараметрических систем. Идентификация, управление, принятие решений : монография / СибГУ им. М. Ф. Решетнева. Красноярск, 2018. 732 с.
2. Медведев А. В. Основы теории адаптивных систем : монография / Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2015. 526 с.
3. Оценка экологической ситуации с применением методов непараметрического моделирования / Е. Н. Бельская [и др.] // Экология и промышленность России. 2017. Т. 8. С. 54–58.
4. Применение методов непараметрического моделирования в решении задач экологического мониторинга / Е. Н. Бельская [и др.] // Вестник СибГАУ. 2016. Т. 17, № 1. С. 10–18.
5. Восстановление полей загрязняющих веществ в городской среде / Е. Н. Бельская [и др.] // Решетневские чтения : материалы XX Междунар. науч.-практ. конф. (09–12 нояб. 2016, г. Красноярск). В 2 ч. Ч. 2 / под общ. ред. Ю. Ю. Логинова ; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2016. С. 286–288.
6. Оценка экологического состояния городской среды на основе ядерной аппроксимации / Е. Н. Бельская [и др.] // Безопасность в техносфере. 2017. Т. 6, № 4. С. 13–20.
7. Надарая Э. А. Непараметрическое оценивание плотности вероятностей и кривой регрессии. Тбилиси : Изд-во Тбилис. ун-та, 1983. 194 с.
8. Надарая Э. А. Непараметрические оценки кривой регрессии // Некоторые вопросы теории вероятностных процессов. 1965. Вып. 5. С. 56–68.
9. Кошкин Г. М., Пивен И. Г. Непараметрическая идентификация стохастических объектов PDF : монография. Хабаровск : Изд-во РАН. Дальневосточное отделение, 2009. 336 с.
10. Хардле В. Прикладная непараметрическая регрессия. М. : Мир, 1993. 349 с.
11. Цыпкин Я. З. Основы теории обучающихся систем. М. : Наука, 1970. 252 с.
12. Васильев В. А., Добровидов А. В., Кошкин Г. М. Непараметрическое оценивание функционалов от распределений стационарных последовательностей. М. : Наука, 2004. 508 с.
13. Экологический мониторинг окружающей среды / Ю. А. Комиссаров [и др.]. М. : Химия, 2005. 365 с.
14. Антропов К. М., Казмер Ю. И., Вараксин А. Н. Описание пространственного распределения загрязнения атмосферного воздуха промышленного центра методом LandUseRegression (обзор) // Экологические системы и приборы. 2010. № 1. С. 28–41.
15. Информационная система для моделирования распространения загрязнения атмосферного воздуха с использованием ArcGIS [Электронный ресурс] // Молодой ученый. URL: <http://www.moluch.ru/conf/tech/archive/4/895> (дата обращения: 14.07.2018).
16. tion, managements, decision-making]. Krasnoyarsk, Reshetnev University Publ., 2018, 732 p.
17. 2. Medvedev A. V. *Osnovi teorii adaptivnykh sistem* [Bases of the theory of adaptive systems]. Krasnoyarsk, SibSAU Publ., 2015, 526 p.
18. 3. Bel'skaya E. N. et al. [Environmental assessment using by non-parametric modeling]. *Ecology and industry of Russia*. 2017, Vol. 8, P. 54–58 (In Russ.).
19. 4. Bel'skaya E. N. et al. [Application of non-parametric modeling in solving problems of environmental monitoring]. *Vestnik SibGAU*. 2016, Vol. 17, No. 1. P. 10–18 (In Russ.).
20. 5. Bel'skaya E. N. et al. *Vosstanovlenie polei zagriazniyashikh veshchestv v gorodskoi srede* [Reconstruction of air pollution fields in the urban territory]. *Reshetnev readings: materials of XX of the International scientific and practical conference*. Krasnoyarsk, SibSAU Publ., 2016, Part 2, P. 286–287 (In Russ.).
21. 6. Bel'skaya E. N. et al. Urban environmental assessment with using nuclear approximation]. *Safety in a technosphere*. 2017, Vol. 6, No. 4, P. 13–20 (In Russ.).
22. 7. Nadaraya E. A. *Neparametricheskoe otsenivanie plotnosti veroyatnostei i krivoi regressii*. [Nonparametric estimation of density of probabilities and curve regression]. Tbilisi, Tbil. Un-t Publ., 1983, 194 p.
23. 8. Nadaraya E. A. [Nonparametric estimation of curve regression]. *Some questions of the theory of probabilistic*. 1965, Vol. 5, P. 56–68.
24. 9. Koshkin G. M., Piven I. G. *Neparametricheskaya identifikatsiya stokhasticheskikh ob'ektov PDF* [Nonparametric identification of stochastic objects PDF]. Khabarovsk, RAN Dal'nevostochnoe отделение Publ., 2009, 336 p.
25. 10. Hardle V. *Prikladnaya neparametricheskaya regressiya* [Applied nonparametric regression]. Moscow, Mir Publ., 1993, 349 p.
26. 11. Zipkin Ya. *Osnovy teorii obuchayushchikh sistem* [Bases of the theory of the trained systems]. Moscow, Nauka Publ., 1970, 252 p.
27. 12. Vasilyev V. A., Dobrovidov A. V., Cat's G. M. *Neparametricheskoe otsenivanie funktsionalov ot raspredeleniy statsionarnykh posledovatel'nostei* [Nonparametric estimation of functionalities from distributions of the stationary sequences]. Moscow, Nauka Publ., 2004, 508 p.
28. 13. Komissarov Ju. A. et al. *Ekologicheskyy monitoring okruzhaushey sredi* [Ecological monitoring of the environment]. Vol. 1. Moscow, Khimiya Publ., 2005, 365 p.
29. 14. Antropov K. M., Kazmer Y. I., Varaksin A. N. [Description of spatial distribution of pollution of atmospheric air of the industrial center by the Land Use Regression method (review)]. *Ekologicheskie sistemy i pribory*. 2010, No. 1, P. 28–41 (In Russ.).
30. 15. *Informatsionnaya sistema dlya modelirovaniya rasprostraneniya zagryazneniya atmosfornogo vozdukhha s ispolzovaniem ArcGIS* [Young scientist. Information system for the modeling of air pollution using ArcGIS] (In Russ.). Available at: <http://www.moluch.ru/conf/tech/archive/4/895/> (accessed: 14.07.2018).

References

1. Medvedev A. V. *Osnovi teorii neparametricheskikh sistem. Identifikatsiya, upravlenie, prinyatiye resheny* [Bases of the theory of nonparametric systems. Identifica-

© Бельская Е. Н., Медведев А. В.,
Михов Е. Д., Тасейко О. В., 2018